En son nom

Institution islamique d'éducation et d'enseignement — **Département des Maths**

Examen mi-année — **Classe :Es1** — **Février 2011**

Nom: _______________

Sujet: Mathématiques — Durée: 150 minutes

I. (Points)

1. Donner la mesure principale de $\frac{-375\pi}{2}$ et 21600^0.
2.
   a) Comparer $\sqrt{255}$ et 16.
   b) Déduire le signe de $\sqrt{255}$ -16.
   c) Comparer $\sqrt{\sqrt{255}-6\sqrt{7}}$ et $3-\sqrt{7}$.
3. Compléter par vrai ou faux en corrigeant la faute:
   a) $\sqrt{x^2}$ est un entier positif ou négatif si $x \in Z$.
   b) $3.\overline{14} \in D$.
4. x est un nombre réel tel que $\frac{3}{8} < x < \frac{1}{2}$.
   a) Prouver que $0 < (1-2x) < 1$.
   b) Comparer $(1-2x)$ et $(1-2x)^2$.
5. On donne $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{3}$ et $x \in [-\pi;\pi]$, calculer $A=\sqrt{7}\sin x - \sqrt{6}\tan x$.

II. (Points)

Dans un plan muni d'un repère orthonormal $(o,\vec{i},\vec{j})$, on considère les points A(1, -4) , B(-1, -1) et C(5, 1).

1. Déterminer les coordonnées des points D, E, F et J définis respectivement par:
   a) ABCD est un parallélogramme.
   b) E est le symétrique de A par rapport à C.
   c) [FD] et [BC] ont le même milieu.
   d) J est le centre de gravité du triangle ABC.
2. Soit N(x,y) un point dans le repère $(o,\vec{i},\vec{j})$ tel que $xy+2y+1=0$.

   On suppose que X et Y sont les coordonnées de N dans le repère $(o',\vec{i},\vec{j})$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{oo'} = 2\vec{i}$.
   a) Trouver une relation entre X et Y.
   b) Calculer X si M(X,2) est un point dans le repère $(o',\vec{i},\vec{j})$.

III. (Points)

1) Simplifier: $\sqrt{64a^2} - 3\sqrt{16b^2} - 6(-a+2b)$ $(a<0, b<0)$.
2) Résoudre dans R: $(3x-2)^4 = 81$.
3) Simplifier:

a) $\left[\frac{a^2b^{-3}c^4}{\left(a\,b^{-2}c^2\right)^2}\right]^{\frac{3}{2}} \div b^{\frac{-3}{2}}$

b) $\frac{\sqrt{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt[3]{a\,b^2} \times \sqrt[4]{a^3}}{\sqrt[12]{a^8b^5} \times \sqrt[6]{a^{-3}}}$

IV. (Points)

1) Prouver l'identité: $\cos^2 x - \cos^2 y = \sin^2 y - \sin^2 x$.

2) Simplifier: $\dfrac{\sin(\frac{7\pi}{2}+x)\cos(7\pi - x)}{\tan(\frac{17\pi}{2}-x)\cot(x+13\pi)\sin(21\pi - x)}$

3)

a) Compléter: $\frac{5\pi}{14} = \frac{\pi}{2}$........

b) Vérifier, sans utiliser la calculatrice, que : $\cos\frac{\pi}{7} - \sin\frac{5\pi}{14} = 0$.

V. (Points)

1) On considère les deux ensembles:

$A = \{x \in R \text{ et } |1 - 2x| \leq 4\}$ et

$B = \{x \in R \text{ et } |x - 1| > 2\}$

a) Ecrire A et B sous forme d'intervalles.

b) Trouver:

i. $A \cap B$.

ii. $A \cap Z$.

2) Résoudre dans R:

a) $|x-3|+1<0$.

b) $|5x+10|-|x-2|=0$.

VI. (Points)

1) On donne les ensembles suivants:

A = {a, b, 3, 5} B = { a, 3} et C ={ 5}

a) Ecrire en extension les ensembles:

$A \cap B, A \cap (B \cap C), \complement_A^C \cap B, \overline{B} \cup C, P(B \cup C), \overline{A \cup B \cup C}$.

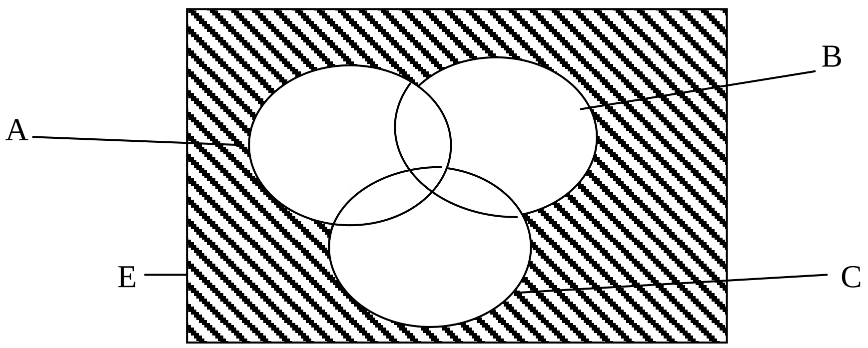
b) Dire si les propositions suivantes sont vraies ou non?

i. $B \in A$	ii. $B \in P(B)$	iii. $C \subset A$
iv. $B \subset P(A)$	v. $P(B) \subset P(A)$	vi. $\{3\} \in B$

c) Représenter avec le diagramme de Venn les ensembles A, B et C.

2) Un ensemble E peut avoir 10 sous-ensembles seulement? Justifier votre réponse.

3) Déterminer la région hachurée en utilisant les symboles des ensembles:



VII. (Points)

ABC est un triangle quelconque. On définit les points D, E et F par $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$

et $\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

1. Montrer que $\overrightarrow{\mathrm{BF}} = \overrightarrow{AD}$; Qu'en déduire du quadrilatère ADFB? Placer les points D, E et F.
2. On définit G par $\overrightarrow{\mathrm{GA}} + 2\overrightarrow{GC} = \vec{0}$; Montrer que $\overrightarrow{\mathrm{AG}} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et placer G.
3.
   a) Montrer que $\overrightarrow{\mathrm{EF}} = \frac{-3}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CA}$.
   b) Exprimer $\overrightarrow{\mathrm{EG}}$ en fonction de $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et $\overrightarrow{AC}$ / ou Prouver $\overrightarrow{\mathrm{EG}} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.
   c) Que remarques-t-on des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{EG}}$?
   d) Que représente le point G pour le triangle ABF? Justifier.
   e) Montrer que $\overrightarrow{\mathrm{BG}} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$.